Übungsaufgaben zur Vorlesung **Diskrete Mathematik für Informatiker**, WS 2010/2011

Blatt 2

5. A, B, C seien Mengen. Beweisen Sie:
   (a) $(A \setminus B) \cup (A \cap B) = A$
   (b) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$
   (c) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
   (d) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$

6. Die *symmetrische Differenz* zweier Mengen A und B ist definiert durch
   $A \,\Delta\, B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
   Gegeben seien die Mengen $A = \{1,2,4,8,16\}$, $B = \{1,2,6,9,10\}$ und $C = \{1,4,6,11,15\}$.
   Berechnen Sie die folgenden Mengen:
   (a) $A \cup B$
   (b) $A \cap B$
   (c) $A \setminus B$
   (d) $B \,\Delta\, C$
   (e) $A \cup (B \cap C)$
   (f) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
   (g) $C \setminus (B \setminus A)$
   (h) $A \,\Delta\, (B \,\Delta\, C)$

7. Beweisen Sie für $A \subseteq M$ folgende Eigenschaften der symmetrischen Differenz:
   (a) $A \,\Delta\, \emptyset = A$
   (b) $A \,\Delta\, M = M \setminus A$

8. (a) A sei die Menge der im Wort RELIEFPFEILER vorkommenden Buchstaben.
   Wieviele verschiedene Teilmengen hat A?
   (b) Es sei $A = \{\, x \in \mathbb{N} : x^3 - 7x^2 + 12x = 0 \,\}$
   und $B = \{\, x \in \mathbb{N} : x < 12, x \text{ ist Primzahl} \,\}$.
   Berechnen Sie $|\mathcal{P}(A \times B)|$.

9. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt:

   (a) $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n\text{-}1) = n^2$

   (b) $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left(\sum_{i=1}^{n} i \right)^2$

Abgabe in Ihrer Übungsgruppe am 04./05./08. November 2009