Blatt 8

29. Bestimmen Sie, welche der folgenden Relationen auf der Menge $A = \{0, 1, 2, 3\}$ welche der in der Tabelle angegebenen Eigenschaften haben:

Relation auf $A = \{0, 1, 2, 3\}$	reflexiv	symmetrisch	antisymmetrisch	transitiv	alternativ	Äquivalenz-relation	Halbordnung	lineare Ordnung
$R_1 = \{(m,n) \mid m + n = 3\}$								
$R_2 = \{(m,n) \mid m - n$ ist eine gerade Zahl$\}$								
$R_3 = \{(m,n) \mid m \leq n\}$								
$R_4 = \{(m,n) \mid m + n \leq 4\}$								
$R_5 = \{(m,n) \mid \max(m, n) = 3\}$								
$R_6 = \emptyset$								
$R_7 = A \times A$								

30. Konstruieren Sie jeweils ein Beispiel für eine Relation, die
(a) reflexiv und symmetrisch, aber nicht transitiv ist,
(b) reflexiv und transitiv, aber nicht symmetrisch ist,
(c) symmetrisch und transitiv, aber nicht reflexiv ist.

31. Wieviele verschiedene Äquivalenzrelationen gibt es auf der Menge $\{1, 2, 3, 4\}$?
Begründen Sie Ihr Ergebnis.

32. Ergänzen Sie in der nebenstehenden verstümmelten Matrix einer Relation auf der Menge $\{a, b, c, d, e\}$ die leeren Stellen, so dass eine Äquivalenzrelation entsteht, und geben Sie die Äquivalenzklassen an.

	a	b	c	d	e
a		1			
b					0
c	1				
d					
e				1	

33. Geben Sie zu jeder der nebenstehenden Abbildungen an, ob sie injektiv, surjektiv oder bijektiv ist. Bei Bijektivität geben Sie die Umkehrabbildung an:

(a) $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ mit $f(x) = x^3$
(b) $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3$
(c) $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ mit $f(x) = x^4$
(d) $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ mit $f(x) = x+1$
(e) $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $f(x) = x+1$

Abgabe in Ihrer Übungsgruppe am 16./17./20. Dezember 2010