

#### 4. Übung zur Vorlesung Mathematik für Wirtschaftsinformatiker

##### Aufgabe 16.

Man zeige formal (vgl. Beispiel 3.12 (i),(ii) und Beispiel 3.14 (i)):

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{2n^2} = \frac{1}{2}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot \sqrt{n}}{(-1)^{n+1} \cdot \sqrt[3]{n}} = -\infty.$$

##### Aufgabe 17.

Man berechne die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{n^2 + n}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{100n^5 + 80}{n^6},$$
$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 4^n + 3^n + 2^n}{5^n}, \quad (d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 5^n}{8 \cdot 4^n + 3 \cdot 5^n},$$
$$(e) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{n^2}, \quad (f) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n 2^{k-2n}.$$

Hinweis: Berechnen Sie in (e) und (f) zunächst die Summen für jedes  $n \in \mathbb{N}$ .

##### Aufgabe 18.

Man zeige anhand von Gegenbeispielen, dass für Folgen  $(a_n)$  und  $(b_n)$  im Allgemeinen aus der Konvergenz der Folge  $(a_n + b_n)$  oder der Folge  $(a_n \cdot b_n)$ , also

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = c \quad \text{oder} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = d,$$

nicht die Konvergenz von  $(a_n)$  und  $(b_n)$  folgt.

##### Aufgabe 19.

Sei  $(a_n)$  eine beliebige reelle Folge mit  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \in \mathbb{R}$ . Man untersuche die folgenden Folgen auf Konvergenz oder bestimmte Divergenz und bestimme gegebenenfalls den entsprechenden Grenzwert.

$$(a) b_n := \sum_{i=1}^n (a_i - a_{i+1}), \quad (b) c_n := a_{2 \cdot n}, \quad (c) d_n := \frac{a_n^2 + 2a_n}{a_n^3}.$$

**Besprechung:** Die Aufgaben werden in der Übung am 15.11. besprochen.