Universität Siegen
Prof. Dr. E. Kaufmann WS 2010/11

6. Übung zur Vorlesung Mathematik für Wirtschaftsinformatiker

Aufgabe 24. Man beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei streng monoton fallend, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monoton steigend:

$$h(x) := f\left(g(x)\right)$$

ist streng monoton fallend.

(b) f und g seien wie in (a):

$$h(x) := g\left(f(x)\right)$$

ist monoton fallend.

(c) A, B und C seinen Teilmengen von $\mathbb{R}$. $g : A \to B$, $f : B \to C$ seien injektiv.

$$h : A \to C, \quad h(x) = f(g(x))$$

ist injektiv.

(d) A, B und C seinen Teilmengen von $\mathbb{R}$. $g : A \to B$ sei surjektiv, $f : B \to C$ sei bijektiv.

$$h : A \to C, \quad h(x) = f(g(x))$$

ist surjektiv.

(e) Die Funktion $h : A \to C$ aus (d) ist auch bijektiv.

(f) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei eine gerade Funktion, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine ungerade Funktion. Die Funktionen $h_1(x) = f(g(x))$ und $h_2(x) = g(f(x))$ sind gerade.

Aufgabe 25.
Man bestimme geeignete Definitionsbereiche, so dass die folgenden Funktionen injektiv sind. Anschließend bestimme man Wertebereich und Umkehrfunktion.

$$(a) \quad f(x) = x^2 + 5 \qquad (b) \quad f(x) = \frac{x+2}{x-5} \qquad (c) \quad f(x) = x^2 + 2x \qquad (d) \quad f(x) = ax^2 + bx + c$$

Aufgabe 26.
Es sei

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 1, & x \leq 1, \\ 1 - \sqrt{\frac{x^2-1}{x+1}}, & x > 1. \end{cases}$$

a) Zeigen Sie, dass $f(f(x)) = x$ gilt für alle $x \in \mathbb{R}$.
b) Was ist die Umkehrfunktion von f?

Besprechung: Die Aufgaben werden in der Übung am 29.11. besprochen.